Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS PROTHÉSISTE-ORTHÉSISTE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Étude du départ d'un train à propulsion électromagnétique et aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btspo.fr/assets/annales/bts-po/E2 - Mathématiques/2018/BTS PO - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3 -Sujet.pdf

1. Étude du départ d’un train à propulsion électromagnétique et aire d’une pièce

Un projet de train à très haute vitesse vise à faire atteindre au wagon une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes. L’exercice modélise sa distance par une équation différentielle, étudie la vitesse obtenue, puis calcule l’aire d’une pièce symétrique dessinée pour une future gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y′ − 0,2y = 0 en utilisant la formule fournie.

Dans la formule fournie, l’équation est écrite sous la forme $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0,2$, donc les solutions sont de la forme $y(t) = ke^{-at}$. La constante k est réelle et arbitraire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}, \quad k \in \mathbb{R}.$

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = −15t − 75 est une solution de l’équation différentielle y′ − 0,2y = 3t.

1. $g'(t) = -15$.
2. $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = -15 + 3t + 15 = 3t$.

L’équation est vérifiée pour tout t de l’intervalle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est bien une solution de $y' - 0,2y = 3t$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y′ − 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète s’obtiennent en ajoutant à une solution particulière toutes les solutions de l’équation homogène. On combine donc $g(t) = -15t - 75$ avec la solution $ke^{0,2t}$ trouvée précédemment.

$$y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75, \quad k \in \mathbb{R}.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75, \quad k \in \mathbb{R}.$

Question 4°. Déterminer la solution f de l'équation différentielle correspondant à la distance parcourue, sachant que le wagon est au point de départ à t = 0 et que f(0) = 0.

1. La solution générale est $f(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$.
2. La condition $f(0) = 0$ donne $k - 75 = 0$, donc $k = 75$.

On remplace cette constante dans la solution générale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression fournie pour f', résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$, puis à $0,2t \geq 0$, car l'exponentielle est croissante. Cette condition est satisfaite sur tout l'intervalle étudié.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée est nulle en $t = 0$, puis positive sur $]0, 3]$. La fonction est donc croissante sur $[0, 3]$. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

t	**0**	**3**
$f'(t)$	0	+
$f(t)$	0	↗ 16,659

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à environ 16,659 sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

Après une minute, la distance parcourue est $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. On obtient environ $1,605$ km, puis on arrondit au dixième de kilomètre.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Distance parcourue après une minute : **1,6 km**.

Question 3° a). La vitesse du wagon en kilomètres par minute à l'instant t correspond à f'(t). Déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

1. La vitesse est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en km/min.
2. À $t = 2$, $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$ km/min.

On arrondit au dixième comme demandé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

À 2 minutes : **7,4 km/min**.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint : le wagon doit atteindre une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes. Justifier la réponse.

Le seuil de 400 km/h correspond à $400/60 = 20/3$ km/min. Résoudre $15e^{0,2t} - 15 = 20/3$ donne $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ minute. Le wagon atteint donc cette vitesse avant la limite de deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui : le seuil de 400 km/h est atteint après environ **1,839 min**, avant 2 minutes.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Aucune justification n'est demandée.

La formule de la tangente au point d'abscisse 2 est $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. En utilisant $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$, on obtient la troisième proposition.

$$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$$

✓ RÉPONSE À RETENIR

Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unité d'aire, à partir du graphique et des indications fournies.

Le rectangle $OPQR$ a pour largeur $OP = 3$ et pour hauteur $OR = 2,25$, donnée par l'équation du bord supérieur. Son aire est le produit de ces deux dimensions.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 3 \times 2,25 = \mathbf{6,75\ u.a.}$

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g(x) = 27x/(2x² + 18), calculer l'aire A2 de la région limitée par la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

1. La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Avec la primitive fournie, $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)$, on obtient $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln 2$.

L'aire est exprimée en unités d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx \mathbf{4,679\ u.a.}$

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire totale A hachurée, en unité d'aire, en tenant compte de la symétrie de la pièce et en arrondissant au millième.

Sur la moitié droite, l'aire hachurée est le rectangle privé de la région sous la courbe, soit $A_1 - A_2$. Par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, $A = 2(A_1 - A_2) = 2(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2)$. L'unité graphique étant le mètre sur les deux axes, l'aire s'exprime en mètres carrés.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx \mathbf{4,143\ m^2}$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle dans une population de smartphones, puis le nombre d'appareils non réparables dans un lot de modèle A. Il se termine par un test bilatéral visant à vérifier la proportion annoncée dans un sondage sur l'obsolescence programmée de la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé sur les 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle, avec les totaux.

Sur 200 appareils, 3 % correspondent à 6 smartphones touchés par T et 8 % à 16 touchés par L. Parmi les 16 touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2 smartphones.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs croisés : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

Les données donnent directement **P(T) = 0,03** et **P(L) = 0,08**. Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T : $\mathbf{P_L(T) = 0{,}125}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T)$ = 0,125.

Question 3° a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit P(T ∩ L).

Par définition de la probabilité conditionnelle, **P(T ∩ L) = P(L) × P_L(T)**. Donc **0,08 × 0,125 = 0,010**.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∩ L) = 0,010.

Question 3° b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

Pour obtenir la probabilité d'être touché par au moins un type d'obsolescence, on additionne les probabilités de T et L, puis on retire leur intersection, comptée deux fois : **P(T ∪ L) = 0,03 + 0,08 − 0,01 = 0,10**.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∪ L) = 0,10.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité cherchée est la proportion touchée par L parmi les appareils touchés par T : **P_T(L) = P(T ∩ L) / P(T) = 0,01 / 0,03 = 1/3 ≈ 0,333**.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P_T(L) ≈ 0,333.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque tirage est une épreuve de Bernoulli, avec une probabilité 0,045 d'obtenir un smartphone non réparable. Les 50 tirages sont assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants et de même probabilité. Le nombre X de smartphones non réparables suit alors une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Un appareil est réparable avec la probabilité 1 − 0,045 = 0,955. Pour que les 50 appareils soient réparables, cet événement doit se produire à chaque tirage indépendant : **$P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$**.

✓ RÉPONSE À RETENIR

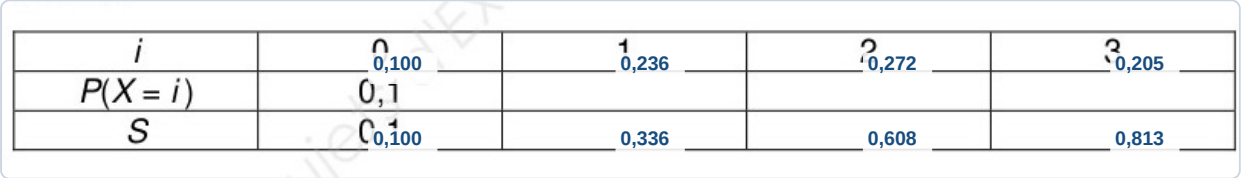
La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni et compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de la somme S pour i allant de 0 à 3.

Les probabilités sont calculées avec la loi binomiale B(50 ; 0,045). À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Les valeurs du tableau sont arrondies au millième.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

Valeurs successives de S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte des smartphones non réparables.

À la fin de la boucle, la somme comprend P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2) et P(X = 3). Ainsi, **$S = P(X \leq 3) \approx 0{,}813$** : environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots ont au plus trois appareils non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut np. Ici, **E(X) = 50 × 0,045 = 2,25**. Un lot de 50 smartphones contient en moyenne 2,25 appareils non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H_0 : p = 0,55, choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Sous H_0, l'écart type vaut 0,037. Pour une loi normale, l'intervalle central de 95 % s'étend à environ 1,96 écarts types de la moyenne. Donc h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit **0,07 au centième**.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test d'hypothèse bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Avec h arrondi à 0,07, l'intervalle d'acceptation est [0,55 − 0,07 ; 0,55 + 0,07] = [0,48 ; 0,62].

- Si la fréquence observée appartient à cet intervalle, on ne rejette pas H_0.
- Si elle est en dehors, on rejette H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si la fréquence est entre 0,48 et 0,62 inclus ; la rejeter sinon.

Question 3°. Dans l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Déterminer la conclusion du test.

La fréquence observée vaut 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne 0,48 de l'intervalle d'acceptation. On rejette donc H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 : les données indiquent une proportion différente de 0,55.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, d'une durée de 2 heures et de coefficient variable selon la spécialité. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 mobilise probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse autour de l'obsolescence des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' - 0{,}2y = 0$, les solutions sont $y(t) = ke^{0{,}2t}$; pour l'équation avec second membre, ajouter une solution particulière.
- Quand f représente une distance, f′ représente la vitesse instantanée ; le signe de f′ détermine les variations de f.
- $P(T \cap L) = P(L)P_L(T)$ et $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), E(X) = np ; un test bilatéral compare la fréquence observée à l'intervalle d'acceptation.

Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir une vitesse en km/min en km/h en multipliant par 60 avant de la comparer à 400 km/h.
- Pour l'aire hachurée, utiliser le graphique, la symétrie et les bornes d'intégration avant d'arrondir.
- Ne pas confondre la probabilité conditionnelle $P_L(T)$ avec la probabilité d'intersection $P(T \cap L)$.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée à l'intervalle de décision puis formuler la conclusion au seuil de 5 %.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment relier la dérivée de la distance à l'objectif de vitesse du train ?

La dérivée f′ donne la vitesse en kilomètres par minute. Pour la comparer à 400 km/h, on multiplie par 60. Il faut vérifier que cette vitesse est atteinte avant la limite de deux minutes.

Q : Comment choisir les paramètres de la loi binomiale pour le lot de smartphones ?

Le nombre d'essais est 50, car le lot contient 50 smartphones. La probabilité retenue est 0,045 pour un appareil non réparable. Le prélèvement étant assimilé à des tirages avec remise, les essais sont indépendants.

Q : Comment gérer le temps et les arrondis dans cette épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de dix points. Les parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment. Dans l'exercice 2, les résultats sont arrondis à 10^{-3} sauf indication contraire.

Q : Qu'attend le jury pour une conclusion de test d'hypothèse ?

Il faut appliquer la règle de décision au seuil de 5 % à la fréquence observée, puis indiquer clairement si l'on rejette ou ne rejette pas l'hypothèse nulle. La conclusion doit être reliée au contexte de la marque B.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btspo.fr/assets/annales/bts-po/E2 - Mathématiques/2018/BTS PO - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Prothésiste-Orthésiste : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.